

一种新型图像分形压缩的改进算法

谭郁松,周兴铭

(国防科技大学计算机学院并行与分布处理国家重点实验室,湖南长沙 410073)

摘 要: 本文首先分析图像分形压缩技术中传统加速方法的性能缺陷,随后提出使用图像块的熵值来改进分形压缩性能的思想.在证明迭代函数系统不会改变图像块的熵值的结论基础上,本文给出了基于熵值的图像分形压缩基本方法及其扩展.实验结果说明该方法在压缩质量、压缩率、压缩时间等方面上都较传统方法有明显改善.

关键词: 分形压缩;迭代函数系统;熵

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 11-1739-04

A Novel Improved Algorithm of Image Fractal Compression

TAN Yu-song, ZHOU Xing-min

(PDL, School of Computer, National Univ. of Defense Tech, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The paper analyses the weakness of traditional speed-up techniques for image fractal compression firstly, and proposes a novel idea by using entropy to improve image fractal compress performance. A theorem is proved that the IFS cannot change the image blocks' entropy values. Moreover, it gives a novel fractal compression method based on entropy and its extension. The simulation results illuminate that the new method can improve the PSNR, compress ratio and compress time cost.

Key words: fractal compress; iterated function system; entropy

1 引言

Barnsley 于 1988 年首次提出迭代函数系统^[1] (Iterated Function System, IFS) 的概念,并认识到 IFS 可以很好地被应用于图像压缩领域.他的学生 Jacquin 在随后的工作中^[2-4]进一步地完善了基于 IFS 的图像压缩思想.

随后在上世纪 90 年代,掀起了对分形图像压缩技术研究的热潮.但是分形图像压缩技术存在一个致命的缺点,即压缩时间过长,以至于不能实用.所以在 90 年代后期之后,对于分形图像压缩的研究则主要集中在对编码的加速方面,但一直没有得到很好地解决.

2 相关研究

简言之,图像的分形压缩可认为是使用迭代函数系统,即一族压缩映射 (Contractive Map),来表示图像^[1].由不动点定理可知,迭代函数系统有且只有一个吸引子 (attractor).由此,我们可以针对欲压缩图像,为其寻找一个迭代函数系统,使图像成为该迭代函数系统的不动点,这就是图像分形压缩的核心思想.

图像分形压缩技术中最关键的部分便是如何快速地寻找域块 (Domain Block) 和目标块 (Range Block) 之间的最佳匹配.它不仅要求算法能极大地降低所需要计算的欲匹配域块的数目;同时还要求不能将可能成为最佳匹配的域块也删除在外,

即降低匹配的精度.本质上,就是在匹配的过程中,针对每个目标块,寻找一个包含最精确匹配的最小域块集合.

显然,最简单的办法就是穷举法,但不实用.一般来说,整幅图像分割后得到的域块数目庞大.因此现已提出了许多加速方法,其中最常见的就是分类法 (Classification Techniques).简言之,将整个图像划分得到若干域块集合,对于每个目标块,都将只与隶属于同类的所有域块进行比较,从而得到最佳匹配.

Y Fisher^[5]提出将图像块进行四叉树分解,对每个块求出像素点的平均灰度以及方差,可以得到 72 个分类. B Hurtgen^[6]的方法类似 Fisher 方法,也是四叉树分解,求出平均灰度后比较每个子块和平均灰度之间的大小.经过细分,可得到 360 个类别.沈兰荪^[7]提出将图像块按照平均灰度变化,把纹理特征分为三类.

D Saupe^[8]提出使用最近邻居搜索算法 (Nearest Neighbor Search, NNS) 进行加速.该方法首先定义图像块之间的距离;而后便针对域块和目标块,进行最近邻居的搜索.该方法的加速效果比较明显.

国内的陈毅松^[9]在迭代解码的可分级性以及单缓冲算法方面取得一定的成果;倪林^[10]则利用共享四差树分割方面进行研究;王汇源^[11]提出似分形的概念来描述图像块之间的相似性;曹汉强^[12]则提出了一种基于区域分割和十字搜索模型的分形图像压缩编码新方法.

3 基于熵的加速方法

3.1 传统加速算法的缺陷

在本质上,传统的域块分类方法大多数都基于平均灰度和对比度的方法. 该方法存在致命的缺陷,即可能会丢弃更精确的匹配.

首先给出 IFS 的简单定义^[8]. 设灰度图像象素点为三元组 (x, y, g) , 其中 x, y 为坐标, 而 g 的则是象素点灰度.

定义 1 图像分形压缩的 IFS 系统定义为有限个仿射映射的合集,

$$IFS = \{W_i\} \quad (1)$$

其中, W_i 如式(2)所示,

$$W_i \begin{pmatrix} x \\ y \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & b_i & 0 \\ c_i & d_i & 0 \\ 0 & 0 & s_j \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{pmatrix} \quad (2)$$

下面给出 Burtgen 分类法的一个反例, 以此说明传统分类方法的缺陷.

反例 设现有 2×2 的图像块 $I = \{(1, 1, 3), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 2, 0)\}$, 显然该图像属于 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 型图像块. 我们定义如下仿射映射,

$$W \begin{pmatrix} x \\ y \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ g \end{pmatrix} \quad (3)$$

得到新图像 $I' = \{(1, 1, 3), (1, 2, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 0)\}$. 此时新图像却成为 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 型.

按照传统压缩算法, 原图像 I 不能从不同类型的 I' 中获得完全精确的匹配, 而只能从相同类的图像块中试图寻找次精确的匹配. 这就意味着可能存在匹配精度的降低, 从而导致可能的压缩解码的质量下降, 更甚者, 还可能致目标块的进一步分裂, 从而延长压缩时间, 压缩率降低.

其他的分类方法同样也能找到类似的反例.

3.2 基于熵值的改进算法

那么如何解决该问题呢? 本文认为图像块中各个象素点灰度的熵值 (Entropy) 是不错的选择. 熵值能很好地描述图像象素点灰度的分布特征, 它表达了图像块所包含的信息丰富程度. 熵的详尽阐述可参考文献^[13]. 如果我们只考察图像块象素点灰度值的熵值, 那么图像的各种拓扑变化都不会影响熵值, 此时, 认为这些图像块相同. 不妨引入算子 $E(I)$, 表示对图像块 I 求熵值的操作.

首先证明如下引理和定理.

引理 给定线性双射 $f: D \rightarrow R$, 则 D 和 R 的熵值相等. 其中 D 和 R 分别为 f 的定义域和值域.

证明 不妨设 f 的形式为 $f(x) = a \cdot x + b$, 其中 $a \neq 0$.

由条件概率公式, 不难知,

$P\{f(x) = r_i\} = P\{f(x) = r_i | x \in \{d_i\}\} \times P\{x \in \{d_i\}\}$, 其中 $\{d_i\}$ 是 r_i 的原象集.

由映射的单射性, 可知 $\forall r_i, \#\{d_i\} = 1$, 并且易知 $P\{f(x)$

$= r_i | x \in \{d_i\}\} = 1$.

立得, $P\{f(x) = r_i\} = P\{x = d_i\}$, 即, 两集合相应元素的概率均相等.

依熵值的定义 $E = -\sum p_i \log_2 p_i$,

故命题成立.

基于此, 不难得知定理的成立.

定理 基于仿射的 IFS 变化将不会改变图像的熵值.

证明: 由引理可知, 单个仿射映射不会引起图像块熵值的变化, 即 $E(I) = E(f(I))$.

而依据定义知, IFS 仅由有限个仿射组成, 不妨假设为 $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$,

反复应用引理, 不难得到 $E(I) = E(f_{i_1} \circ f_{i_2} \circ \dots \circ f_{i_n}(I))$, 其中 $f_{i_k} \in \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$.

故, 命题成立.

注 上述命题的逆命题并不成立. 即熵值相同的图像块并不代表它们之间存在仿射映射的关系. 但是如果两图像块之间存在仿射映射关系, 则两者的熵值一定相等.

此外, 引理和定理仅仅考虑了理论上两图像块之间的熵值关系, 只要两图像块之间存在严格的仿射关系, 不论连续或离散与否, 两者的熵值必然严格相等. 但在实际应用中, 图像块的像素点都被量化, 从而引入误差, 像素点之间的仿射关系也仅仅是大致相近, 不一定存在严格的仿射关系. 因此在实际应用中, 应该判定相等的条件放松至一个较小的误差界, 而非严格相等.

由定理可知, 我们在进行域块—目标块之间匹配时, 应该从具有相同或是相近熵值的域块集合中选取, 该集合可以给出尽可能精确的匹配. 依据该思想, 我们不难给出如下分形压缩的算法. 其中, 算法中 ϵ 是判断块之间熵值差距的阈值, 可调整.

注 本文所给出的仅仅是图像分形压缩的加速技术, 不涉及到图像纹理的分类和识别. 因为熵值是个统计量, 相同或是相近熵值的域块在纹理特性上可能完全不同. 这是基于熵值改进算法的缺点, 因为其他传统加速算法所划分的域块类型可以表达一定的纹理信息.

算法 1 基于熵值的图像分形压缩基本算法

预处理阶段

步骤 1 划分原图为可重叠的 $2N \times 2N$ 的域块.

步骤 2 将所有的域块计算熵值, 并按大小进行排序.

匹配阶段, 不妨假设现欲匹配目标块 R_i .

步骤 3 遍历所有域块, 选定集合 $\{D_j \mid |E(R_i) - E(D_j)| \leq \epsilon\}$

步骤 4 对集合中所有域块进行匹配操作, 找到具有最小均方差的域块.

步骤 5 如该最小值小于事先取定的误差阈值, 则停止该块的匹配; 否则将本目标块进行 Quad+Tree 划分, 进行下一步匹配.

3.3 算法的进一步加速

易知, 可在算法 1 的基础上结合分类的思想, 将域块按照熵值进行分类, 从而进一步改进算法. 其中, 不妨设所有域块的熵值介于 $[E_{\min}, E_{\max}]$. 将所有域块的熵值按照大小排序, 划

分为 N 份区间 (不一定需要等分), 得到 $\bigcup_{i=0}^{N-1} (E_i, E_{i+1}]$, 其中 $E_0 = E_{\min}, E_N = E_{\max}$. 在此基础上, 将所有域块进行分类. 随后, 每个目标块首先判断自己所归属的区间, 而后只与同类别的域块进行匹配.

可知, 该算法较算法 1 的改进在于极大地减少了需要进行熵值比较 (而非匹配) 的域块数目, 从而得以算法加速. 但是算法 2 也存在一个明显的缺点, 即对于熵值与区间边界很接近的目标块而言, 它实际上只能和单边 (熵值或大, 或小, 但没有同时发生) 的域块进行匹配, 从而减少了备选匹配域块集合, 这可能会导致匹配的精度降低.

算法 2 基于熵值分类的分形压缩加速算法

<p>预处理阶段</p> <p>步骤 1 划分原图为可重叠的 $2N \times 2N$ 的域块.</p> <p>步骤 2 将所有的域块计算熵值.</p> <p>步骤 3 将所有的域块计算熵值按照大小进行排序. 划分为 N 份区间, 得到 $\bigcup_{i=0}^{N-1} (E_i, E_{i+1}]$; 在此基础上, 将所有域块进行分类.</p> <p>匹配阶段, 不妨假设现欲匹配目标块 R_i.</p> <p>步骤 4 计算目标块 R_i 的熵值, 并判断所隶属的类别.</p> <p>步骤 5 对同类别集合中所有域块进行匹配操作, 找到具有最小均方差的域块.</p> <p>步骤 6 如该最小值小于事先取定的误差阈值, 则停止该块的匹配; 否则将本目标块进行 Quad+Tree 划分, 进行下一步匹配.</p>

划分的依据标准对算法的性能存在影响. 作者将另文进行讨论.

4 实验结果及分析

本文实验的平台基于 Jude Sylvestre 所编写的 FracCompress 代码^[14], 它实现了 Y Fisher 所提出 Quad+Tree 方法. 本文在该代码的基础上编写了基于熵值的分形压缩算法, 以及 NNS 算法模块. 实验用机的硬件环境为: AMB Duron 550, 128MB 内存. 实验所采用的测试图像为 Lena 图、Barbara 图, 以及从自然图像库 (van Hateren 图象库^[15]) 中随机选取两幅图像 imk00032. imc 和 imk000170. imc. 所给出的 4 个实验对象大致可分为两大类: 普通图像 (Lena、Barbara), 以及自然图像 (imk00032. imc、imk000170. imc), 从而使得实验对象具有代表性.

下表给出了传统 Quad+Tree 方法、NNS 方法以及熵方法的性能比较, 其中熵方法又依据 α 的不同分为四种, 此外还比较了算法 2 的性能. 本文所关注的实验结果为: 压缩时间 (compression cost time, CCT)、压缩质量 (PSNR)、压缩率 (compression ratio, CR)、平均域块匹配数目比例 (average number of domain blocks matched, ANDBM).

第四项结果是考察每个目标块所进行匹配域块数目占所有域块总数的比值, 而后综合得到总平均. 该项结果可以作为对于算法计算复杂度的间接估计. 因为分形压缩过程中得到的域块数目、目标块划分结果都因原始图像不同而相差迥异, 毕竟每个原始图像本身的统计规律相差万别, 且现在还没有很好的模型用于描述图像. 故而, 当前没有任何研究进行分形

压缩复杂度的理论分析, 本文也只能采用如此的间接实验衡量.

所有的试验结果见表 1~4. 注, 本文所得到的 PSNR 是在迭代 13 次之后所得解压图像的比较结果, 基本上已收敛.

表 1 Lena (256 x256, 8b 灰度)

	Quad Tree	Algor. 1 = 0	Algor. 1 = 0.05	Algor. 1 = 0.1	Algor. 1 = 0.2	Algor. 2 N = 20	NNS Algo.
CCT(m)	7	3	4	6	9	6	4
PSNR (dB)	29.16	25.41	30.13	32.30	32.31	30.67	32.61
CR	9.11	6.78	9.22	10.64	10.64	9.01	6.05
ANDBM	0.051	0.012	0.021	0.035	0.042	0.057	0.030

表 2 Barbara (256 x256, 8b 灰度)

	Quad Tree	Algor. 1 = 0	Algor. 1 = 0.05	Algor. 1 = 0.1	Algor. 1 = 0.2	Algor. 2 N = 20	NNS Algo.
CCT(m)	10	4	7	10	12	8	6
PSNR (dB)	28.41	25.11	29.87	31.25	31.31	29.67	31.21
CR	8.99	6.42	9.00	10.01	10.10	9.12	8.21
ANDBM	0.050	0.010	0.024	0.031	0.044	0.053	0.023

表 3 imk00032. imc (1536 x1024, 12b 灰度)

	Quad Tree	Algor. 1 = 0	Algor. 1 = 0.05	Algor. 1 = 0.1	Algor. 1 = 0.2	Algor. 2 N = 20	NNS Algo.
CCT(m)	257	194	217	241	273	229	209
PSNR (dB)	32.25	28.54	33.10	36.78	37.01	35.28	34.21
CR	12.34	10.21	13.57	15.12	15.17	14.52	11.13
ANDBM	0.051	0.009	0.022	0.031	0.045	0.054	0.020

表 4 imk000170. imc (1536 x1024, 12b 灰度)

	Quad Tree	Algor. 1 = 0	Algor. 1 = 0.05	Algor. 1 = 0.1	Algor. 1 = 0.2	Algor. 2 N = 20	NNS Algo.
CCT(m)	314	231	250	291	341	273	240
PSNR (dB)	31.24	27.11	33.03	35.49	35.70	34.66	34.01
CR	11.99	10.14	12.18	13.44	13.44	12.83	10.13
ANDBM	0.052	0.011	0.024	0.037	0.051	0.054	0.024

下面, 本文对数据进行分析. 其中, 性能参考为 Quad+Tree 算法.

首先分析压缩时间的结果. α 值越小, 所选定的域块集越小, 匹配速度也就越快. 例如在 $\alpha = 0$ 时, 压缩时间提高了近一倍.

下面将综合分析七种方法的 PSNR 和压缩率的结果, 当 $\alpha = 0$ 时, 图像的质量有相当程度的下降. 因为熵值需要严格相等 (考虑到浮点值实现上的误差, 模拟时已将 0 放宽至 0.0005), 所以所选定的域块集可能是空集. 即使集合非空, 由定理的注解可知, 熵值相同的块之间并不保证一定存在仿射映射.

当 $\alpha = 0.05$ 时, 熵方法的性能就基本上和 Quad+Tree 方法

相当.这是因为此时所选定的域块集较大,可找到较为精确的匹配.在 $\alpha = 0.1$ 时,性能得到进一步提高.因为此时熵方法能找到更为精确的匹配.此时匹配精度足够满足需求,故当 $\alpha > 0.2$ 之后,算法性能没有本质的提高.并且此时所需匹配的域块数目增加,导致压缩时间增加.

对算法 2,发现性能和 Quad-Tree 方法性能相近,压缩质量有所提高,压缩率却略微下降.

考察平均域块匹配数目比例,可知,基于熵值加速方法的计算复杂度要较传统算法小.

对比 NNS 算法,我们不难发现 NNS 算法的速度很快,基本上和 $\alpha = 0.05$ 的速度相当,乃至更快;图像压缩质量也要更好,但是压缩率较低,估计是域块分解较多的原因.但是随着值的增加,基于熵算法的性能就要高于 NNS 方法,特别是压缩率.

本文随后给出另外三副图像的实验结果,不作具体的数据分析.

从实验的结果可以发现,普通图像的分形压缩性能要比采用小波分析的压缩算法性能要差.作者的理解是,这些图像较小,纹理较为单纯,对于给定的目标块,所找到的“最佳”匹配域块的匹配精度不高.

但是对于自然图像而言,分形压缩技术的性能基本上可令人满意.这是因为在自然图像中,子图像块数目大,纹理信息丰富,图像块之间的相似性更为明显,压缩算法可更容易地寻找到能与目标块之间进行较为精确匹配的域块.

5 结论

本文给出了基于熵值的图像分形压缩改进方法.较传统算法,对于欲编码的目标块,该方法能更准确地寻找与之匹配的域块.该方法在压缩时间、压缩质量和压缩率上均较传统压缩方法性能都有明显提高,在计算量方面也有一定的改善.

本文所给出基于熵值的改进技术只是对分形压缩技术的改进.如果要实现分形压缩性能的突破,必须要重新研究域块和目标块之间的匹配策略,单纯的仿射变换应不足以充分挖掘域块和目标块之间的对应关系.但若此,那么现有一切关于迭代函数系统的研究成果都将必须重新建立.

参考文献:

- [1] M Barnsley. Fractal Everywhere[M]. San Diego, CA: Academic Press, 1988.
- [2] A Jacquin. A Fractal Theory of Iterated Markov Operators with Applications to Digital Image Coding[D]. Georgia Institute of Technology, August 1989.
- [3] A Jacquin. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive Markov operators, Part I: Theoretical foundation[R]. Technical Report 91389-016, Georgia Institute of Technology, 1989.
- [4] A Jacquin. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive Markov operators, Part II: Construction of fractal codes for digital images[R]. Technical Report 91389-017, Georgia Institute of Technology, 1989.
- [5] Y Fisher. Fractal Image Compression: Theory and Application[M]. New York: Springer-Verlag Press, 1995.
- [6] B Hurtgen. Fast Hierarchical codebook search for fractal coding of still images[A]. Proc. EOS/SPIE Visual Comm. PACS Medical App. '93 [C]. Berlin, Germany, 1993.
- [7] 沈兰荪. 图像编码与异步传输[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1998.
- [8] Y Fisher. Fractal Image Encoding and Analysis[M]. Springer-Verlag, 1998.
- [9] 陈毅松. 分形图像编码的快速细粒度迭代解码[J]. 计算机学报, 2002, 25(3): 269 - 275.
- [10] 倪林. 多波段遥感图像的快速分形编码[J]. 电子学报, 2002, 30(7): 1079 - 1082.
- [11] 王汇源. 序列图像的似分形编码方法[J]. 中国图形图像学报, 2000, 5(2): 110 - 113.
- [12] 曹汉强. 基于区域分割的分形图像压缩编码方法[J]. 通讯学报, 1998, 19(2): 20 - 25.
- [13] 章照止. 信息论与最优编码[M]. 上海: 科学技术出版社, 1993.
- [14] Jude Sylvestre. <http://inls.ucsd.edu/y/ Fractals/ Other/ FracComp. zip> [EB/OL].
- [15] van Hateren. Independent component filters of natural images compared with simple cells in primary visual cortex[A]. Proc. Royal Stat. Soc. of London (B) 265 [C]. London, 359 - 366.

作者简介:



谭郁松 男, 1976 年 9 月生于广东韶关, 博士研究生, 先后于 1997 年, 2000 年于国防科技大学计算机学院获得学士和硕士学位, 主要研究领域为图像处理. Email: ystan@nudt.edu.cn.



周兴铭 男, 1938 年 12 月生于上海, 教授, 博导, 中科院院士, 主要研究领域为高性能计算机体系结构, 移动计算, 图像处理. Email: xzmzhou@nudt.edu.cn.